නව/පැරණි නිර්දේශය – புதிய/பழைய பாடத்திட்டம் – New/Old Syllabus

NEW/OLD

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2020
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2020
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2020

උසස් ගණිතය II
உயர் கணிதம் II
Higher Mathematics II

11 S II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය	-	මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம்	-	10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time	-	10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය | | | | | | | |

උපදෙස්:

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න **1** - **10**) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න **11** - **17**).
* **A කොටස**
  සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* **B කොටස**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

* සංඛ්‍යාන වගු සපයනු ලැබේ.
* g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(11) උසස් ගණිතය II		
කොටස	**ප්‍රශ්න අංකය**	**ලකුණු**
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ:	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ:		

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

A කොටස

1. A, B හා C ලක්ෂ්‍ය තුනක, O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{i}+\mathbf{j}-\mathbf{k}$, $2\mathbf{i}-3\mathbf{j}+\mathbf{k}$ හා $\mathbf{i}-2\mathbf{j}+3\mathbf{k}$ යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ සොයා **ඒ නයින්**, ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

....

2. බල පද්ධතියක්, දෙකම O මූලයේ දී ක්‍රියාකරන $\mathbf{F}_1 = 2\mathbf{i}+3\mathbf{j}-\mathbf{k}$ හා $\mathbf{F}_2 = \mathbf{i}-\mathbf{j}+\mathbf{k}$ හා $(1, 0, 1)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී ක්‍රියාකරන $\mathbf{F}_3 = -3\mathbf{i}-2\mathbf{j}$ බලවලින් සමන්විත වේ. බල පද්ධතිය යුග්මයකට ඌනනය වන බව පෙන්වා එහි දෛශික ඝූර්ණය සොයන්න.

....

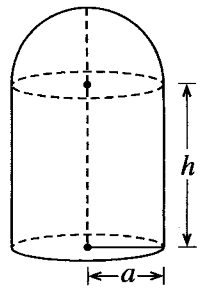
[තුන්වැනි පිටුව බලන්න.

විභාග අංකය | | | | | | | |

0095

3. අරය a හා ඝනත්වය ρ වූ ඒකාකාර අර්ධගෝලයක් අරය a, උස h හා ඝනත්වය 2ρ වූ ඒකාකාර ඍජුවෘත්තාකාර සිලින්ඩරයකට රූපයෙහි දැක්වෙන පරිදි සවි කිරීමෙන් S ඝන වස්තුවක් සාදා ඇත. ඝනත්වය ρ_1 වූ සමජාතීය ද්‍රවයක එහි අක්ෂය සිරස්ව ඇතිව S ගිල්වා ඇත. සිලින්ඩරය, අර්ධගෝලයට ඉහළින් ඇති විට එය අර්ධගෝලය පමණක් මුළුමනින්ම ද්‍රවයේ ගිලී පාවෙන අතර අර්ධගෝලය සිලින්ඩරයට ඉහළින් ඇති විට එය සිලින්ඩරය පමණක් මුළුමනින්ම ද්‍රවයේ ගිලී පාවෙයි.

$h = \dfrac{2a}{3}$ හා $\rho_1 = 3\rho$ බව පෙන්වන්න.



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

4. t කාලයේ දී P අංශුවක පිහිටුම් දෛශිකය $\mathbf{r} = t\,\mathbf{i} + 2\cos t\,\mathbf{j} - 2\sin t\,\mathbf{k}$ මගින් දෙනු ලබයි. t කාලයේ දී P හි ප්‍රවේගය හා වේගය සොයා ප්‍රවේගය x–අක්ෂය සමග නියත කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න.

t කාලයේ දී P හි ත්වරණය ද සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

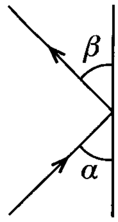
....

....

....

....

5. සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත චලනය වන ස්කන්ධය m වූ සුමට ඒකාකාර A ගෝලයක් සුමට සිරස් බිත්තියක් සමග ගැටේ. ගැටුමට මොහොතකට පෙර A හි ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය u වන අතර බිත්තිය සමග α කෝණයක් සාදයි. ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු A හි ප්‍රවේගය බිත්තිය සමග β කෝණයක් සාදයි. $\tan\beta = e\tan\alpha$ බව පෙන්වන්න; මෙහි e යනු A හා බිත්තිය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය වේ.
ගැටුම නිසා සිදුවන A හි චාලක ශක්ති හානිය ද සොයන්න.



6. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් B හිදී සවිකර ඇති ස්කන්ධය m හා දිග $2a$ වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක්, A තුළින් වූ සුමට තිරස් අක්ෂයක් වටා කුඩා දෝලන සිදු කරයි. කුඩා දෝලනවල කාලාවර්තය $\frac{8\pi}{3}\sqrt{\frac{a}{g}}$ බව පෙන්වන්න.

7. එක්තරා කණ්ඩායමක් තරගයක් දිනීමේ සම්භාවිතාව 0.4 ක් වේ. මෙම කණ්ඩායම තරග 5 කින්,

(i) හරියටම තරග 4 ක්

(ii) තරග 4 කට වඩා අඩුවෙන්

දිනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

8. එක්තරා රක්ෂණ සමාගමකට සාමාන්‍යයෙන් දවසකට හිමිකම් ඉල්ලුම් 2 ක් ලැබෙන බව වාර්තා වේ. දවසකට ලැබෙන හිමිකම් ඉල්ලුම් සංඛ්‍යාව පොයිසොන් ව්‍යාප්තියක් අනුගමනය කරන බව උපකල්පනය කරමින්, සසම්භාවී ලෙස තෝරාගත දිනයක දී, හිමිකම් ඉල්ලුම්

(i) හරියටම 2 ක්

(ii) අඩු තරමින් 1 ක් වත්

ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

9. X සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයක සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතය,

$$f(x) = \begin{cases} ax - bx^2 & , \quad 0 \le x \le 2 \text{ සඳහා,} \\ 0 & , \quad \text{එසේ නොවේ නම්,} \end{cases}$$

මගින් දෙනු ලැබේ; මෙහි a හා b යනු නියතයක් වේ. $E(X) = \frac{1}{3}$ බව දී ඇත. a හා b හි අගයන් සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. සෙල්ලම් කාර් නිෂ්පාදනය කරන සමාගමක් මගින් මෙහෙයවනු ලබන තත්ත්ව පාලන ක්‍රියාවලියකින්, දින 30 ක කාලසීමාවක දී එකතු කරගන්නා ලද දත්ත පහත දැක්වෙන පරිදි සාරාංශගත කොට ඇත.

ප්‍රතික්ෂේප කරන ලද සෙල්ලම් කාර් සංඛ්‍යාව	0	1	2	3	4
දින ගණන	4	6	7	10	3

සසම්භාවී ලෙස තෝරාගන්නා ලද දිනකදී ප්‍රතික්ෂේප කරන ලද සෙල්ලම් කාර් ගණන X යැයි ගනිමු. X වල සම්භාවිතා ස්කන්ධ ශ්‍රිතය ලබාගෙන **ඒ නයින්**, $E(X)$ හා $\mathrm{Var}(X)$ සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

නව/පැරණි නිර්දේශය – புதிய/பழைய பாடத்திட்டம் – New/Old Syllabus

NEW/OLD

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2020
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2020
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2020

උසස් ගණිතය	II	11 S II
உயர் கணிதம்	II	
Higher Mathematics	II	

B කොටස

* ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. පිළිවෙළින් $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ හා $\mathbf{r}_3$ පිහිටුම් දෛශික සහිත ලක්ෂ්‍යවල දී ක්‍රියාකරන $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ හා $\mathbf{F}_3$ බල තුනක් පහත දෙනු ලබයි:

ක්‍රියාකරන ලක්ෂ්‍යය	බලය
$\mathbf{r}_1 = \mathbf{i} + \mathbf{k}$	$\mathbf{F}_1 = \mathbf{j} - \mathbf{k}$
$\mathbf{r}_2 = \mathbf{i} + \mathbf{j}$	$\mathbf{F}_2 = -\mathbf{i} + \mathbf{k}$
$\mathbf{r}_3 = \mathbf{j} + \mathbf{k}$	$\mathbf{F}_3 = \mathbf{i} - \mathbf{j}$

මෙම බල පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය බව පෙන්වා එහි ඝූර්ණ දෛශිකය සොයන්න.

දැන් $\mathbf{F}_3$ බලය $\mathbf{F}_4$ බලයක් මගින් ප්‍රතිස්ථාපනය කරනු ලබන්නේ $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$ හා $\mathbf{F}_4$ න් සමන්විත බල පද්ධතිය සමතුලිතතාවයේ වන පරිදි ය. $\mathbf{F}_4$ හා එහි ක්‍රියා රේඛාව $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \lambda\mathbf{F}$ ආකාරයෙන් සොයන්න. මෙහි $\mathbf{r}_0$ හා $\mathbf{F}$ නිර්ණය කළ යුතු අතර λ පරාමිතියකි.

O මූලයෙහි දී ඌනනය කළ විට, පිළිවෙළින් $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ හා $\mathbf{r}_3$ හි දී ක්‍රියාකරන $\mathbf{F}_1, 2\mathbf{F}_2$ හා $3\mathbf{F}_3$ න් සමන්විත බල පද්ධතිය $\mathbf{R}$ තනි බලයක් සමග දෛශික ඝූර්ණය $\mathbf{G}$ වූ යුග්මයකට ඌනනය වේ. $\mathbf{R}$ හා $\mathbf{G}$ සොයන්න.

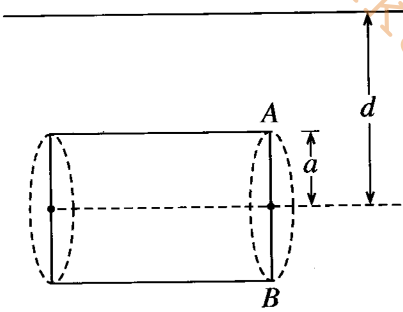
ඒ නයින්, මෙම බල පද්ධතිය තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට ඌනනය වන බව පෙන්වන්න.

12. අරය a වූ වෘත්තාකාර තැටියක් එහි කේන්ද්‍රය, සමජාතීය ද්‍රවයක් තුළ ද්‍රවයේ නිදහස් පෘෂ්ඨයට පහළින් $h(> a)$ ගැඹුරකින් පිහිටන පරිදි ගිල්වනු ලබයි. තැටියේ පීඩන කේන්ද්‍රය එහි සිරස් විෂ්කම්භය මත කේන්ද්‍රයට $\dfrac{a^2}{4h}$ දුරකින් වන බව පෙන්වන්න.

පියනෙහි පරිධිය මත වූ A ලක්ෂ්‍යයකින් සුමට ලෙස අසව් කළ අරය a වූ වෘත්තාකාර පියනක් සහිත අරය a වූ ඍජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරාකාර ටැංකියක් ඝනත්වය ρ වූ සමජාතීය ද්‍රවයකින් පුරවා වසා තබා ඇත්තේ A ට විෂ්කම්භියව ප්‍රතිවිරුද්ධ B ලක්ෂ්‍යයෙහි වූ සුමට අගුලක් මගිනි. AB සිරස්ව ද B ට ඉහළින් A ද එහි අක්ෂය තිරස්ව ඝනත්වය $\dfrac{\rho}{2}$ වූ සමජාතීය ද්‍රවයක ද්‍රවයේ නිදහස් පෘෂ්ඨයේ සිට $d(> a)$ ගැඹුරකින් ද ඇතිව මෙම ටැංකිය ගිල්වනු ලබයි. (රූපය බලන්න)

දැන් අගුල නිදහස් කරනු ලබයි.

$d > \dfrac{9a}{4}$ නම්, පියන වැසී තිබෙන බව පෙන්වන්න.



[අටවැනි පිටුව බලන්න.

13. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයක සිට සිරස්ව උඩු අතට u වේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලබයි. එය විශාලත්වය mkv^2 වූ ප්‍රතිරෝධී බලයකට යටත් වේ; මෙහි v යනු අංශුවේ වේගයයි.

P හි උඩු අත් චලිතය සඳහා $\frac{dv}{dt}+g+kv^2=0$ බව පෙන්වන්න.

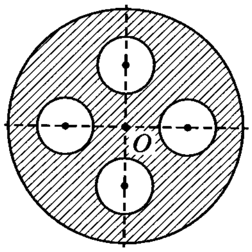
P අංශුව මගින් O සිට එහි උපරිම උස H ට ළඟා වීමට ගන්නා කාලය $\frac{1}{\sqrt{gk}}\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{k}{g}}u\right)$ බව ද $H=\frac{1}{2k}\ln\left(1+\frac{ku^2}{g}\right)$ බව ද පෙන්වන්න.

O වෙත නැවත පැමිණෙන විට P හි ප්‍රවේගය u, k හා g ඇසුරෙන් සොයන්න.

14. සුමට ගෙබිමක් මත චලිත වන ස්කන්ධ සමාන හා අරයන් සමාන සුමට ඒකාකාර A හා B ගෝල දෙකක් එකිනෙක සමග ගැටේ. ගැටුමට මොහොතකට පෙර A හා B හි ප්‍රවේගයන් පිළිවෙළින් $u(3\mathbf{i}+4\mathbf{j})$ හා $u(-\mathbf{i}+\frac{1}{2}\mathbf{j})$ වන අතර A හා B හි කේන්ද්‍ර යා කරන රේඛාව $\mathbf{i}$ ට සමාන්තර වේ. A හා B අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{\sqrt{3}}{2}$ වේ. ගැටුමට මොහොතකට පසු A හා B හි ප්‍රවේග සොයා, ඒවා එකිනෙකට ලම්බ වන බව පෙන්වන්න.

A මගින් B මත ආවේගය හා ගැටුම නිසා සිදු වන චාලක ශක්ති හානිය ද සොයන්න.

15. ඒකාකාර රෝදයකට අරය a, හා කේන්ද්‍රය O වූ තැටියකින් අරය $\frac{a}{4}$ වූ සර්වසම කුඩා තැටි හතරක් ඉවත් කිරීමෙන් ලැබෙන හැඩය ඇත. ඉවත් කළ කුඩා තැටි හතරෙහිම කේන්ද්‍ර එකිනෙකට ලම්බ රෝදයෙහි විෂ්කම්භ දෙකක් මත O සිට $\frac{a}{2}$ දුරින් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි පිහිටා ඇත.



O තුළින් වූ රෝදයෙහි තලයට ලම්බ අක්ෂය වටා එහි අවස්ථිති ඝූර්ණය $\frac{55}{96}Ma^2$ බව පෙන්වන්න; මෙහි M යනු රෝදයෙහි ස්කන්ධය වේ.

රළු තිරස් ගෙබිමක් මත රෝදය තබා තිරස් ආවේගයක් දෙනු ලබන්නේ එය කෝණික වේගයක් රහිතව u වේගයෙන් ලිස්සා යාමට පටන් ගන්නා පරිදි ය.

රෝදය, T කාලයක් පුරා පෙරලෙමින් ද ලිස්සමින් ද චලනය වී ඉන්පසු සම්පූර්ණයෙන්ම පෙරළීම පමණක් ආරම්භ කරයි. T යන්න u, g හා μ ඇසුරෙන් සොයන්න. මෙහි μ යනු රෝදය හා ගෙබිම අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය වේ.

16. X යන විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයකට පහත දී ඇති සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය ඇත:

x	0	1	2	3	4
$P(X=x)$	p	q	r	0.2	0.1

මෙහි p, q හා r යනු නියත වේ.

$E(X)=1.5$ හා $E(X^2)=4.1$ බව දී ඇත.

පහත එක එකක් සොයන්න:

(i) p, q හා r හි අගයන්,

(ii) $P\left(\frac{1}{2}<X<\frac{7}{2}\right)$,

(iii) $\mathrm{Var}(X)$,

(iv) $E(3-2X)$ හා $\mathrm{Var}(3-2X)$,

X_1 හා X_2 යනු ඉහත දී ඇති X හි සම්භාවිතා ව්‍යාප්තියම ඇති ස්වායත්ත විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍ය දෙකක් ද $Y=X_1+2X_2$ යැයි ද ගනිමු.

(v) $k=0,1,2,3,4$ සඳහා $P(Y=k)$ සොයා, **ඒ නයින්**, $P(Y\geq 5)$ සොයන්න.

(vi) $E(Y)$ හි අගය ලියා දක්වන්න.

17. (*a*) X යන සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයකට

$$f(x)=\begin{cases}\frac{15}{2}x^2(1-x^2) & , \quad 0\le x\le 1 \text{ සඳහා,}\\ 0 & , \quad \text{එසේ නොවන විට,}\end{cases}$$

මගින් දෙනු ලබන සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතයක් ඇත. E(X) හා Var(X) සොයන්න.

තවද, $P\left(\frac{1}{2}<X<1\right)$ සොයන්න.

Y යනු $Y = 3X - 2$ මගින් අර්ථ දක්වනු ලබන සසම්භාවී විචල්‍යය යැයි ගනිමු.

E(Y) හා Var(Y) සොයන්න.

(*b*) එක්තරා සමාගමක සේවකයන්ගේ උස, මධ්‍යන්‍යය 160 cm ක් ද සම්මත අපගමනය 5 cm ක් ද ඇතිව ප්‍රමාණව ව්‍යාප්තව ඇත.

(i) සසම්භාවීව තෝරාගත් සේවකයෙකුගේ උස 165 cm ට වඩා වැඩි හා 170 cm ට වඩා අඩු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) සසම්භාවීව තෝරාගත් සේවකයෙකුගේ උස 165 cm ට වඩා වැඩි බව දී ඇති විට සේවකයාගේ උස 170 cm ට වඩා වැඩි වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

* * *